



TITLE:

# 場の理論における複合粒子(場の量子論の研究)

AUTHOR(S):

西島, 和彦

---

CITATION:

西島, 和彦. 場の理論における複合粒子(場の量子論の研究). 数理解析研究所講究録 2006, 1524: 8-14

ISSUE DATE:

2006-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/58844>

RIGHT:

# 場の理論における複合粒子

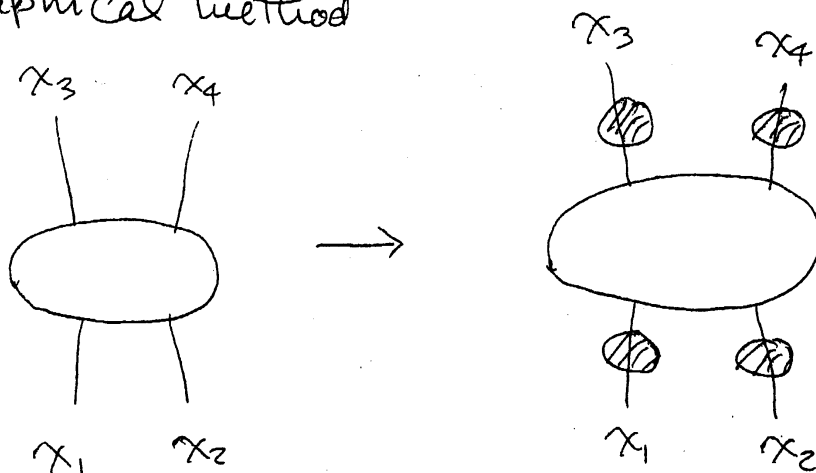
西島 和彦

## 1. 直観的漸近条件と S 行列

LSZ により漸近条件がまだ定式化されていなかった。  
Gell-Mann と Low の Heisenberg 表示と相互作用表示との関係を導出した  $\phi$  は Heisenberg operator での直観的漸近条件:

$$\begin{aligned} & \langle \phi_d^{\text{out}}(x_4) \phi_c^{\text{out}}(x_3) \phi_b^{\text{in}}(x_2) \phi_a^{\text{in}}(x_1) \rangle \\ &= \sum_{p_1 \dots p_4} \langle 0 | \phi_d(x_4) | p_4 \rangle \langle 0 | \phi_c(x_3) | p_3 \rangle \\ & \quad \times \langle p_3, p_4 | S | p_1, p_2 \rangle \\ & \quad \times \langle p_2 | \phi_b(x_2) | 0 \rangle \langle p_1 | \phi_a(x_1) | 0 \rangle \end{aligned}$$

graphical method



$$\langle \phi_c(x) \phi_c^\dagger(x') \rangle \rightarrow \langle \phi_c^{\text{out}}(x) \phi_c^\dagger(x') \rangle$$

$$= \sum_P \langle 0 | \phi_c(x) | P \rangle \langle P | \phi_c^\dagger(x') | 0 \rangle$$

$|P\rangle$  は - 粒子状態

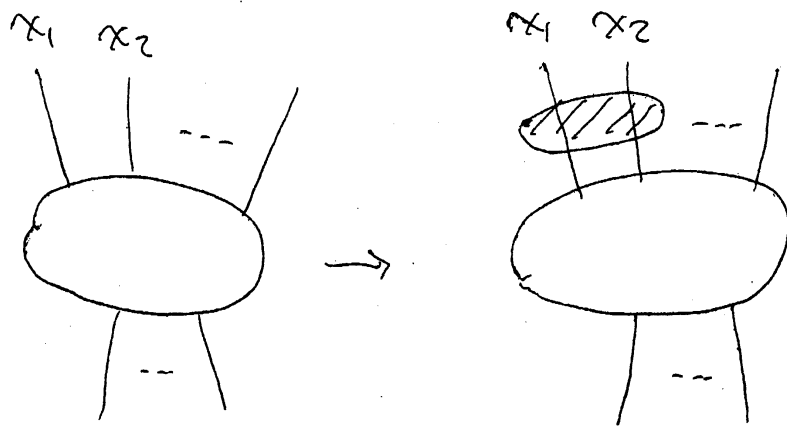
相互作用表示における reduction formula

$$(\not{\partial}_x + M) T[\psi(x) AB \dots Z] = -i \frac{\delta}{\delta \bar{\psi}(x)} T[AB \dots Z]$$

$$(\square_x - \mu^2) T[\phi(x) AB \dots Z] = i \frac{\delta}{\delta \phi(x)} T[AB \dots Z]$$

Dyson の S 行列の式, Gell-Mann-Low の関係式  
と組み合わせると LSZ の reduction formula が得られる。

複合粒子を含む S 行列



$$\langle (\phi_a(x_1) \phi_b(x_2))^{\text{out}} \phi_a^\dagger(x'_1) \phi_b^\dagger(x'_2) \rangle$$

$$= \sum_P \langle 0 | T[\phi_a(x_1) \phi_b(x_2)] | P \rangle \langle P | T[\phi_a^\dagger(x'_1) \phi_b^\dagger(x'_2)] | 0 \rangle$$

$|P\rangle$ : 複合粒子状態

$$\begin{aligned}
& \langle (\phi_a(x_1) \phi_b(x_2))^{\text{out}} \dots \rangle \\
&= \sum_P \langle 0 | T[\phi_a(x_1) \phi_b(x_2)] | P \rangle \dots \\
&\quad \times \langle P, \dots | S | \dots \rangle \\
&\quad \times \dots
\end{aligned}$$

## 2. 規格化

Conserved current の行列要素を計算する.

$$\begin{aligned}
& \langle (\phi_a(x_1) \phi_b(x_2))^{\text{out}} j_\mu(x) (\phi_a^\dagger(x'_1) \phi_b^\dagger(x'_2))^{\text{in}} \rangle \\
&= \sum_{P, P'} \langle 0 | T[\phi_a(x_1) \phi_b(x_2)] | P \rangle \langle P | j_\mu(x) | P' \rangle \\
&\quad \times \langle P' | T[\phi_a^\dagger(x'_1) \phi_b^\dagger(x'_2)] | 0 \rangle
\end{aligned}$$

$j_\mu$ : conserved current e.g. charge current

for  $\vec{P} = \vec{P}' = 0$

$$\langle P | j_0(x) | P \rangle = \frac{Q}{V} \quad Q: \text{charge}$$

この行列要素は BS 振幅で表現されるので  
これを規格化条件とする

例題

$$\phi_a \phi_b \phi_c$$

 $\phi_c$ : massless $a+b \rightarrow$  bound state  $B$ 1.  $B$  に対する BS 振幅の規格化2.  $c+B \rightarrow a+b$  の S 振幅3.  $B$  の形状因子

Conserved current に対して WT identity が成り立つ  
ので 規格化条件をもっと一般的に設定できる。

まず

$$D(p) S_F(p) = 1$$

$$T_\mu(p, p) = -i \frac{\partial}{\partial p_\mu} D(p)$$

$$-i \frac{\partial}{\partial p_\mu} S_F(p) = -S_F(p) T_\mu(p, p) S_F(p)$$

pole の近くでは

$$S_F(p) \sim C \frac{-i \not{p} \delta + m}{p^2 + m^2 - i\epsilon}$$

Z 因子

$$2i \not{p}_\mu = -(-i \not{p} \delta + m) T_\mu(p, p) C$$

$$\sim 2 \not{p}_0 U(p) T_\mu(p, p) U(p) C$$

$$\text{or } 2 \not{p}_0 U(p) T_\mu(p, p) U(p) C = 2 \not{p}_\mu$$

$$\int d^4p d^4q \chi(p, P) \frac{\partial D(p, q, P)}{\partial P_\mu} \chi(q, P) = -2i P_\mu$$

$$Z=1 \quad DK=1.$$

3. 複合粒子に対する Reduction Formula

Heisenberg's philosophy

Green関数の pole の residue

$$\Phi(x)$$

(1) 変換性

(2) 局所性

(3) 規格化

$$\langle 0 | \Phi(x) | a \rangle = \frac{1}{\sqrt{2p_0 V}} e^{i p x}$$

さらに  $a$  と  $b$  の  $c$  と  $u$  の複合粒子からできている

$$\varphi_c(x) = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\varphi_a(x+\xi) \varphi_b(x-\xi)}{\sqrt{2p_0 V} \langle 0 | \varphi_a(\xi) \varphi_b(-\xi) | 0 \rangle}$$

と書ける

$$\langle 0 | \varphi_c(x) | P \rangle = \frac{1}{\sqrt{2p_0 V}} e^{i P x}$$

$\Phi$  に対して

$$\int d^4x \langle 0 | \Phi^\dagger(x) | \bar{a} \rangle (-i) K_x \langle 0 | T[\Phi(x) A(x_1) \dots Z(x_n)] | 0 \rangle$$

$$= \langle 0 | T[A(x_1) \dots Z(x_n)] | \bar{a} \rangle$$

$$\int d^4x \langle a | \Phi^\dagger(x) | 0 \rangle (-i) K_x \langle 0 | T[\Phi(x) A(x_1) \dots Z(x_n)] | 0 \rangle$$

$$= \langle a | T[A(x_1) \dots Z(x_n)] | 0 \rangle$$

もっと一般的な式は「場の理論」参照.

## REFERENCES

## Introduction of the Bethe-Salpeter Equation

Y.Nambu, P.T.P. 5 (1950) 614

M.Gell-Mann and F.E.Low, P.R.84 (1951) 350

E.E.Salpeter and H.A.Bethe, P.R.84 (1951) 1232

F.Schwinger, Proc.Nat'l.Acad.Sci. 37 (1951) 452&455

## Wick-Cutkosky-Solution

G.C.Wick, P.R. 96 (1954) 1124

H.E.Cutkosky, P.R. 96 (1954) 1135

## S Matrix for Composite Particles and Normalization Problem

K.Nishijima, P.T.P. 10 (1953) 549 ; 12 (1954) 279 ; 13 (1955) 305

S. Mandelstam, Proc. Roy. Soc. (London) A233 (1955) 248

A.Klein and C.Zemach, P.R. 140 (1965) 126

normalization without conserved quantity

G.R.Allcock, P.R. 104 (1956) 1799

G.R.Allcock and D.J.Hooton, N.C. 8 (1958) 590

R.E.Cutkosky and M.Leon, P.R. 135 (1964) B1445

D.Lurie , A.J.Macfarlane and Y.Takahashi, P.R. 140 (1965) B1091

relation between the two methods

K.Nishijima and A,H,Singh, P.R. 162 (1967) B1740

## HNZ Construction

R.Haag, P.R. 112 (1958) 669

S.Nishijima, P.R. 111 (1958) 995

T. Zimmermann, N.C. 10 (1958) 597

## Cf. LSZ Asymptotic Condition

H.Lehmann, K.Symanzik and W.Zimmermann, N.C. 2 (1955) 425